Prof. Dr. G. Nebe, Prof. Dr. E. Zerz
Dipl.-Math. D. Andres

SoSe 2011

Codes und Systemtheorie

Übungsblatt 2

Dieses Übungsblatt wird am 29.04.11 besprochen.

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass eine endliche abelsche Gruppe isomorph zu ihrer Charaktergruppe ist.

Aufgabe 2. Beweisen Sie Satz (2.4) der Vorlesung: Seien $H \leq G$ endliche abelsche Gruppen und $\chi \in \widehat{H}$. Dann existiert $\widetilde{\chi} \in \widehat{G}$ mit $\chi = \widetilde{\chi}_{|H}$.

Aufgabe 3. Seien $C = C^{\perp} \leq \mathbb{F}_2^n$ und $C_0 := \{c \in C \mid \mathrm{wt}(c) \in 4\mathbb{Z}\}$. Der *Schatten von* C ist definiert als

$$S(C) := \begin{cases} C & \text{, falls } C_0 = C, \\ C_0^{\perp} \setminus C & \text{, falls } C_0 < C. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass C_0 ein linearer Code ist und dass

$$\mathrm{hwe}(S(C))(x,y) = \mathrm{hwe}(C)(\tfrac{x+y}{\sqrt{2}}, \tfrac{i(x-y)}{\sqrt{2}}).$$

Hinweis: Benutzen Sie, dass

$$\mathrm{hwe}(C_0)(x,y) = \tfrac{1}{2}\left(\mathrm{hwe}(C)(x,y) + \mathrm{hwe}(C)(x,iy)\right).$$

Aufgabe 4 (Zusatzaufgabe)**.** Seien K ein Körper der Charakteristik 0 und $f_1, \ldots, f_n \in K[x_1, \ldots, x_n]$. Ferner bezeichne $J \in K[x_1, \ldots, x_n]^{n \times n}$ die zugehörige Jacobi-Matrix, d.h.

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \text{ für } 1 \leq i, j \leq n.$$

Zeigen Sie, dass $f_1, \ldots, f_n$ genau dann algebraisch unabhängig über K sind, wenn $\det(J) \neq 0$.