19. Januar 2005. U. Schoenwaelder; *http://www.math.rwth-aachen.de/~Ulrich.Schoenwaelder*
HB = Hochschulbibl. RWTH, HBZ = *http://www.hbz-nrw.de/* (HBZ-CD-ROM Online), MB = Mathematikbibl., DB = Didaktikbibl. (Winter), FH = Bibl. Fachhochschule Aachen, FL = Fernleihe, IB Nr. Institutsbibliothek Nr., LB = HB–Lehrbuchsammlung, LS = HB–Lesesaal

Literatur zu Inhaltsbegriffen

[1]

[2] Anatole Beck. What is Area? In Anatole Beck, Michael N. Bleicher, and Donald W. Crowe, editors, *Excursions into Mathematics*, chapter 2, pages 145–209. A K Peters, millenium ed. 2000 edition, 2000. FL: SUB Göttingen.

[3] Curtis D. Bennet. A paradoxical view of Escher's angels and devils. *The Mathematical Intelligencer*, 22(3):39–46, 2000. MB: Z 187.

[4] Wilfred E. Boykin. An extension of Pick's theorem to areas of non-simple closed polygonal regions. In Herbert Henning, editor, *Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden*, pages 139–143. Oldenburg: Bültmann & Gerrits, 1999. ISBN 3-928076-09-4. HBZ.

[5] Judita Cofman. *Einblicke in die Geschichte der Mathematik (Band I: Aufgaben und Materialien für die Sekundarstufe I)*. Texte zur Didaktik der Mathematik. Spektrum-Verlag, 1999. HB: Bb5078-1. ISBN 3-8274-0391-X. Band I für S I. Zerlegungsgleichheit und Ergänzungsgleichheit von Polygonen: Aufgaben 101 – 104. Möndchen des Hippokrates und Flächeninhalt: Aufgaben 91 – 93. Satz von Bolyai und Gerwien: Aufgaben 105 – 107 (Zwei Polygone haben dann und nur dann denselben Flächeninhalt, wenn sie zerlegungsgleich sind (falsch für Polyeder): siehe S. 82 und 322 – 323.

[6] W. Czech. Anschauliche Geometrie mit dem Geobrett. *Didaktik der Mathematik*, 1:275–287, 1973. HB: Z5339-1/2. Motivation? Flächeninhalt im 5. Schuljahr.

[7] J. H. C. Duhamel. *Des méthodes dans les sciences de raisonnement. Première partie: Des méthodes communes à toutes les sciences de raisonnement.* Paris: Gauthiers-Villars, 1865. HBZ: 466, 361. Vgl. Band 2 [8].

[8] J. H. C. Duhamel. *Des méthodes dans les sciences de raisonnement. Deuxième partie: Applications des méthodes générales à la science des nombres et à la science de l'ètendue.* Paris: Gauthiers-Villars, 1866. HBZ: 466, 361. Vgl. Band 1 [7].

[9] A. Faifofer. *Éléments de géométrie*. Paris: Nony, 1903. HBZ no. Flächeninhalt auf gymnasialem Niveau.

[10] A. M. Fraedrich. Be wise: Generalize. Oder: Wie man aus einer Mücke einen kleinen Elefanten und allerlei anderes Getier macht. *Der Mathematikunterricht*, 27(1):19–34, 1981. HB: Z5577-27. Teilverhältnisse, Menelaos, Verallgemeinerungen. §2: Zum Flächeninhalt von orientierten Gitterparallelogrammen bzw. Gitterdreiecken.

[11] Arnold Fricke. *Didaktik der Inhaltslehre*. Klett, 1983. HB: Kb1488. ISBN 3-12-925711-X.

[12] H. Hadwiger. *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie*. Grundlehren 93. Springer, 1957. HB: BD1174.

[13] H. Hadwiger and P. Glur. Zerlegungsgleichheit ebener Polygone. *Elem. Math.*, 6:97–106, 1951.

[14] Robin Hartshorne. *Geometry: Euclid and Beyond*. Springer, 2000. ISBN 0-387-98650-2. MB: 18937. Review: http://www.maa.org/reviews/euclidbeyond.html. Geometry and its history. Ch. 2: Hilbert's axioms. Ch. 5: Inhalt; auch Dehns Lösung für Dimension 3. Ch. 7: Uses inversion theory to verify the axioms of hyperbolic geometry for the Poincaré model.

[15] Lisa Hefendehl-Hebeker. *Maße und Funktionen im Geometrieunterricht der Sekundarstufe I*. Augsburger Mathematisch-Naturwissenschaftliche Schriften 41. Augsburg: Wißner-Verlag, 2004 ? ISBN 3-89639-324-3. Lst. D.

[16] G. Holland. *Geometrie für Lehrer und Studenten, Band 2*. Hannover: Schroedel, 1977. FL: Stadtbcherei Remscheid. Fortsetzung von G. Holland, Bd. 1: Kongruenzgeometrie. Inhalt: 8 Vektorraum der Verschiebungen.
9 Winkelfunktionen.
10 Gruppe der Ähnlichkeitsabbildungen.
11 Gruppe der affinen Abbildungen.
12 Flächenmessung.

[17] M. Jeger. Eine geometrische Konstruktionsaufgabe mit einem bemerkenswerten Hintergrund. *Didaktik der Mathematik*, 20(1):6–19, 1992. HB: Z 5339. Zerlegungsgleiche Polygonbereiche.

[18] M. Koecher and A. Krieg. *Ebene Geometrie*. Springer–Lehrbuch. Springer–Verlag, 1993, ^{2}2000. ISBN 3-540-56326-1, ^{2}3-540-67643-0. HB: Bd1503. Bodenmiller, Feuerbach. Zeichnungen via GEONET unter http://www.mathA.rwth-aachen.de/geometrie. - S. 70: Flächenmaß für Dreiecke (mit Vektoren) axiomatisch. S. 129: Satz von Pick. S. 116: Orientierte Fläche eines sternförmigen Polygons (in Vektoren).

[19] J. Kratz. Didaktische Überlegungen zum Geometrieunterricht in der Sekundarstufe I. *Didaktik der Mathematik*, 2:12–24, 1974. HB: Z5339-2. Stoffübergreifende Lernziele usw. Kap. 8: Inhaltsmessung und Inhaltsberechnung.

[20] J. Kratz. *Zentrale Themen des Geometrieunterrichts aus didaktischer Sicht*. Bsv-Mathematik. München: Bayerischer Schulbuch-Verlag, 1993. HB: Kb7786. ISBN 3-7627-3708-8. S. 49–69: 4. Symmetrie und Spiegelung. S. 70–79: 5. Die Kongruenz und ihre Abbildungen. S. 119–136: 8. Inhaltsmessung und Inhaltsberechnung.

[21] G. Laux. Eine Bemerkung zum Flächeninhalt von Mittenvierecken. *Praxis der Mathematik*, 26(1):16–19, 1984. HB: Z 1757. MB: Z 101. Vgl. Schupp.

[22] C. W. Lee. Subdivisions and triangulations of polytopes. In Jacob E. Goodman and Joseph O'Rourke, editors, *Handbook of Discrete and Computational Geometry*, Discrete and Computational Mathematics Handbook Series. CRC Press, 1997, ^{2}2004. ISBN 0-8493-8524-5. MB: 18357 (Handbibliothek). Vgl. [**?**]. Kapitel in 2. Aufl.: Combinatorial and discrete geometry. Algorithms and complexity of fundamental geometric objects. Geometric data structures and searching. computational techniques. Applications of discrete and compytational geometry. Geometric software.

[23] Z. A. Melzak. *Invitation to Geometry*. John Wiley & Sons, 1983. MB: 12256. Ch. 1: Heron's formula and related ones; Ch. 2: Triangle transversals (Verallgemeinerung von Ceva und Menelaos).

[24] H. Meschkowski. *Grundlagen der euklidischen Geometrie*. BI-Hochschultaschenbuch 105/105a. BI, 1966, 1974. MB: 4412. III.1. Polygone; III.3 Triangulierung; XI. Flächenlehre: XI.1. Zerlegungsgleichheit; XI.2 Ergänzungsgleichheit; XI.3 Das Hilbertsche Inhaltsmaß; XI.4 Reelle Zahlen als Inhaltsmaß.

[25] J. S. B. Mitchell. Shortest paths and networks, editor = Jacob E. Goodman and Joseph O'Rourke, booktitle = Handbook of Discrete and Computational Geometry, series = Discrete and Computational Mathematics Handbook Series, pages = , year = 1997, ^{2}2004, publisher = CRC Press, note = ISBN 0-8493-8524-5. MB: 18357 (Handbibliothek). Kapitel in 2. Aufl.: Combinatorial and discrete geometry. Algorithms and complexity of fundamental geometric objects. Geometric data structures and searching. computational techniques. Applications of discrete and compytational geometry. Geometric software.

[26] A. Mitschka and R. Strehl. *Einführung in die Geometrie*. Studienbücher Mathematik. Herder, 1975. MB: 8872. Mit didaktischen Hinweisen. Ebene Euklidische Geometrie. IV 3: Flächengrößen – Flächenmessung; V 8: Anwendungen der Ähnlichkeitsabbildungen (S. 224: Der Feuerbachsche Kreis).

[27] MuPAD in Schule und Studium (FB 17 Mathematik, Univ. Paderborn). MuPAD in Schule und Studium: Material: Arbeitsblätter. http://www.mupad.de/schule/material/index.shtml, gesehen April 2002. Enthält: Determinanten (Geometrische Deutung von Determinanten, Kai Gehre) als html-Dokument und mnb.

[28] D. Perrin. Eine Ergänzung zum Bericht über Geometrie der Kommission Kahane: das Beispiel der affinen Geometrie im Collège. *Mathematische Semesterberichte*, 48(2):211–245, 2002. HB: Z1538 (ZNT). Inhalt als die affine Invariante.

[29] Kristina Reiss. Vorlesung: Didaktik der Geometrie. Skript zur Vorlesung, Download unter http://www.math.uni-augsburg.de/dida/, SS 2004. 22 Seiten.

[30] D. P. Robbins. Areas of polygons inscribed in a circle. *Discrete and Computational Geometry*, 12:223–236, 1994.

[31] D. P. Robbins. Areas of polygons inscribed in a circle. *Amer. Math. Monthly*, 102(6):523–530, 1995. MB: Z 42. Inhalt von Polygonen. Benuzt Algebra: algebraisch abhängige Elemente, elementare symmetrische Funktionen.

[32] W. A. Rochlin. Flächen- und Rauminhalt. In P. S. Alexandroff et al., editor, *Enzyklopädie der Elementarmathematik, Band 5: Geometrie*, Hochschulbücher für Mathematik 11. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1971. HB: Bo100 in LS, Bb1054-5+1 für LS. Zur axiomatischen Behandlung des Flächeninhalts.

[33] H. Salzmann. Inhalt und Zerlegungsgleichheit. *Der Mathematikunterricht*, 22(2):5–15, 1976. HB: Z5577. Literaturangaben.

[34] H. Scheid and R. Powarzynski. *Mathematik für Lehramtskandidaten, Band III: Geometrie*. studien–text. Akademische Verlagsgesellschaft Frankfurt a. M., 1975. MB: 7507 c. §2.7: Flächeninhalt von Polygonen (flächengleich). §5.4: Deutung der affinen Abbildungen als Projektionen. §6.1: Perspektive Kollineationen. §6.2: Inversion am Kreis. // Scheid–Warlich, Band I: Mengen, Relationen, Abbildungen.// Scheid–Warlich, Band II: Algebraische Strukturen und Zahlenbereiche.// Scheid–Endl, Band IV: Analysis.

[35] E. M. Schröder. *Geometrie Euklidischer Ebenen, Mathematische Grundlegung der Schulgeometrie*. Ferdinand Schöningh, Paderborn, 1985.

[36] H. Schupp. Noch eine Bermerkung zum Flächeninhalt von Mittenvierecken. *Praxis der Mathematik*, 26(6):179–180, 1984. HB: Z 1757. MB: Z 101. Vgl. Laux.

[37] K. Seebach. Grundlagenfragen. In Georg Wolff, editor, *Handbuch der Schulmathematik, Band 5: Einzelfragen der Mathematik*. Schroedel, 1962. HBZ: 260-MG: StB. Zur axiomatischen Behandlung des Flächeninhalts.

[38] James T. Smith. *Methods of Geometry*. New York: John Wiley & Sons, 2000. ISBN 0-471-25183-6. MB: 19059. 3.8: Area and Pythagoras' Theorem; 3.10: Polyhedral Volume.
Inhalt: 1 Introduction. 2 Foundations. 3 Elementary Euclidean geometry (3.8 Area and Pythagoras' theorem). 4 Exercises on elementary geometry. 5 Some triangle and circle geometry (5.2 Menelaus' theorem, 5.3 Desargues' theorem, 5.4 Ceva's theorem). 6. Plane isometries and similarities. 7 Three dimensional isometries and similarities. 8 Symmetry.

[39] Klaus Volkert. Die Lehre vom Flächeninhalt ebener Polygone: einige Schritte der Mathematisierung eines anschaulichen Konzeptes. *Mathematische Semesterberichte*, 46(1):1–28, 1999. HB: Z1538 (ZNT). Der Originalartikel ist unter `http://www.springerlink.com` verfügbar.
Aus der Zusammenfassung. Es werden einige Stationen in der Ausarbeitung der Begriffe Multikongruenz und Ergänzungsgleichheit nachvollzogen. Diese führte zur Herausbildung eines wohlumschriebenen methodischen Ansatzes und zu einer präzisen Definition des Begriffes Flächeninhalt für ebene Polygone. Ein wichtiger Aspekt dieser Entwicklung war es, eine klare Unterscheidung herauszuarbeiten zwischen dem maßtheoretischen Zugang zum Flächeninhalt - im nachfolgenden Flächenmaß genannt - und dem kongruenzgeometrischen Flächenvergleich, welcher über Multikongruenz (auch Zerlegungsgleicheit oder endliche Gleichheit genannt) und eventuell Ergänzungsgleichheit erfolgt. Während das Flächenmaß eine nichtnegative reelle Zahl ist, ist der Flächeninhalt im Sinne des Vergleichs eine Äquivalenzklasse.

[40] H.-J. Vollrath. Ein Modell für das langfristige Lernen des Begriffs „Flächeninhalt". In Herbert Henning, editor, *Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden*, pages 191–198. Oldenburg: Bültmann & Gerrits, 1999. ISBN 3-928076-09-4. HBZ.